

Segunda parte (ex.4)

De EjerciciosLMF2014

header {* Examen 4 *}

```
theory ex4_sol
imports Main
begin

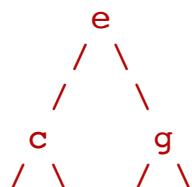
text {* -----
Ejercicio 2: (3 puntos) Demostrar
{  $\exists x. \forall y. B(y) \rightarrow A(x,y)$ ,  $\exists x. \forall y. (\forall z. B(z) \rightarrow A(y,z)) \rightarrow \neg S(x,y)$  } ⊢
 $\exists x. \neg(\forall y. S(x,y))$ 
----- *}

lemma ej_2:
assumes "∃x. ∀y. B(y) → A(x,y)"
        "∃x. ∀y. (∀z. B(z) → A(y,z)) → ¬S(x,y)"
shows "∃x. ¬(∀y. S(x,y))"
proof -
obtain p where 1: "∀y. B(y) → A(p,y)" using assms(1) ..
obtain q where "∀y. (∀z. B(z) → A(y,z)) → ¬S(q,y)" using assms(2) ..
hence "(\forall z. B(z) → A(p,z)) → \neg S(q,p)" ..
hence "\neg S(q,p)" using 1 ..
have "\neg(\forall y. S(q,y))"
proof
assume "∀y. S(q,y)"
hence "S(q,p)" ..
with `¬S(q,p)` show False ..
qed
thus "\neg(\forall y. S(x,y))" ..
qed
```

text {* -----

Ejercicio 3: (4 puntos) Consideremos el árbol binario definido por
datatype 'a arbol = H | N "'a" "'a arbol" "'a arbol"

Por ejemplo, el árbol



se representa por "N e (N c H H) (N g H H)".

(a) Definir la función

```
fun nNodos :: "'a arbol ⇒ nat"
tal que (nNodos a) es el número de nodos de a. Por ejemplo,
nNodos (N e (N c H H) (N g H H)) = 3
-----
```

*}

```
datatype 'a arbol = H | N "'a" "'a arbol" "'a arbol"
```

```
fun nNodos :: "'a arbol ⇒ nat" where
  "nNodos H           = 0"
| "nNodos (N x i d) = 1 + (nNodos i) + (nNodos d)"
```

```

text {*
-----  

(b) Definir la función  

    fun nHojas :: "'a arbol ⇒ nat"  

tal que (nHojas a) es el número de hojas de a. Por ejemplo,  

    nHojas (N e (N c H H) (N g H H)) = 4
-----  

*}

fun nHojas :: "'a arbol ⇒ nat" where  

  "nHojas H          = 1"  

| "nHojas (N x i d) = (nHojas i) + (nHojas d)"

text {*  

-----  

(c) Probar que el número de hojas de un árbol es el número de nodos  

más 1.  

-----  

*}

lemma "nHojas a = (nNodos a) + 1"  

by (induct a) auto

lemma "nHojas a = (nNodos a) + 1" (is "?P a")  

proof (induct a)
  show "?P H" by simp
next
  fix x i d
  assume H1: "?P i"
  assume H2: "?P d"
  show "?P (N x i d)"
  proof -
    have "nHojas (N x i d) = (nHojas i) + (nHojas d)" by simp
    also have "... = (nNodos i) + 1 + (nNodos d) + 1" using H1 H2 by simp
    also have "... = (nNodos i) + (nNodos d) + 1 + 1" using H1 H2 by simp
    also have "... = (nNodos (N x i d)) + 1" by simp
    finally show ?thesis by simp
  qed
qed
qed

end

```

Obtenido de "[http://www.glc.us.es/~jalonso/ejerciciosLMF2014/index.php5/Segunda_parte_\(ex.4\)](http://www.glc.us.es/~jalonso/ejerciciosLMF2014/index.php5/Segunda_parte_(ex.4))"